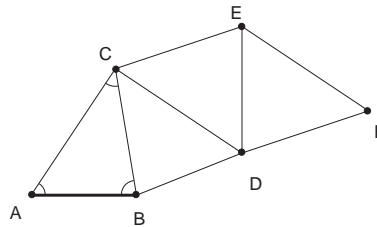


三角測量と座標計算

1 三角測量の原理

基準点を設置する上で、三角形を配置することは、非常に有効である。三角形であれば、内角の和が π であるとともに、正弦定理・余弦定理を用いて辺長や角度の計算が可能だからである。従来より三角測量においては、三角網を設置し、三角形の内角全てを計測する。すると、相似三角網を描くことが出来る。ここで、ある一辺の長さが正確に求めれば、相似三角網の大きさが規定され、各三角形の形とともに大きさが決まる。具体的な計算においては、正弦定理により全ての辺長を求めることが出来る。さらに、2 点の正確な座標が求めれば、その座標を用いて三角網を平行移動させ、回転させることが出来、全ての点の座標が求まる。これが三角測量の原理である。正確な座標を持った 2 点を結んで出来る直線は、基線と呼ばれている。

この三角測量は、測角を基本とする測量方法である。現在の光波やレーザーを使った精密な測距が困難であった時代においては、極めて重要な測量方法であった。三角網を配置することで、角度の誤差調整を容易かつ精密に行うことが出来るからである。

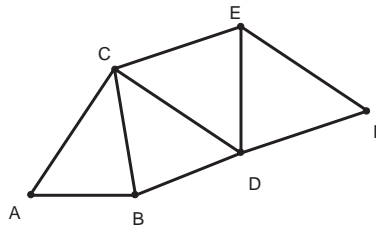


上図においては、基線となる点 AB 間の距離を正確に求めた上で、角 A, B, C を計測する。角 A, B, C の内角の和は π なので、角 A, B, C の計測値の和を求め、閉合差を計算する。求めた閉合差により角度の補正量を求め、角度の最確値を計算する。次に正弦定理により、AC 間、BC 間の距離が求まる。続いて三角形 BCD については、BC 間の距離が求まっているので、測角した結果のみから、辺長が計算できる。

日本全国には、三角点と呼ばれる基準点が多く設置されている。国土地理院が発行している 2 万 5 千分の 1 や 5 万分の 1 地形図には、多くの三角点が配置されている。この三角点は、もともと三角測量によって測量された国家基準点である。現在は、測量機器の発達に伴って、次に述べる三辺測量に基づき正確な基準点測量がなされている。

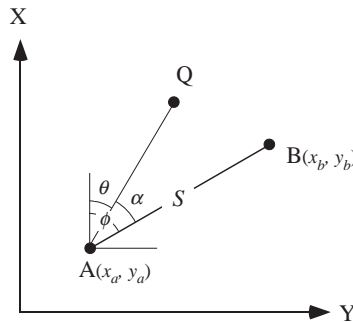
2 三辺測量の原理

三辺測量は、その名のごとく三角形の辺長を計測して行く測量方法である。現在は光波やレーザーを用いて長い距離を正確に測ることが可能となっているので、最近ではこの方法も利用される。三角形の三辺の長さが決まれば、それぞれの内角は余弦定理を用いて計算することが出来る。近年では GPS 測量によって正確な二点間の距離を計測できるようになっており、重要な測量方法である。



3 二つの基準点を利用した方位角計算

一つの基準点を使って直接方位角を測定するには、正確に北の方向を決定する必要があり、方位磁針を使うにしても非常に難しい。したがって実際には、二つの基準点を使って方位角を計算により求めることが通常なされている。二つの基準点を用いれば、方位角を求めることは簡単である。下図のように、点 A, B は基準点であり、それぞれ座標が $A(x_a, y_a)$, $B(x_b, y_b)$ と与えられている。点 A に観測機器を設置し、観測対象 Q までの距離 S と角度 α が測られたものとする。



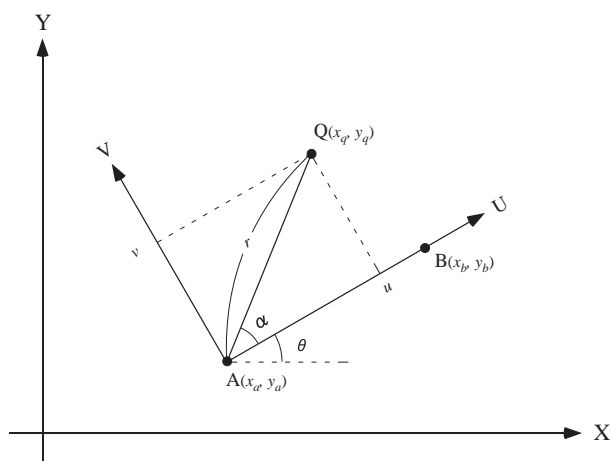
方位角 θ と計測角 α との関係

このとき、点 A における点 B の方位角 ϕ は、 $\phi = \tan^{-1} \frac{x_b - x_a}{y_b - y_a}$ となる。したがって、観測対象 Q の方位角 $\theta = \phi - \alpha$ となる。

4 二つの基準点を利用した座標変換

前節では、二つの基準点より方位角を求める方法を示したが、求める点の座標を二つの基準点データを用いて一気に変換する手法について解説する。

下図において、点 A, B は基準点であり、それぞれ座標が $A(x_a, y_a)$, $B(x_b, y_b)$ と与えられている。点 A に観測機器を設置し、観測対象 Q までの距離 r と角度 α が測られたものとする。



U-V座標系とX-Y座標系との関係

観測対象 Q の座標 (x_q, y_q) を求めるには、まず観測点 A を原点とし、基準点 B をある座標軸とする座標系を設定する。この座標系を例えば $U-V$ 座標とすると、点 Q の UV 座標は、以下の式で与えられる。

$$\begin{cases} u = r \cos \alpha \\ v = r \sin \alpha \end{cases} \quad (1)$$

この $U-V$ 座標系で表された座標を $X-Y$ 座標系に変換するには、 X 軸と U 軸とのなす角度 θ だけ回転させ、基準点 A の座標分平行移動させればよい。したがって求める座標 (x_q, y_q) は、次式で表すことができる。

$$\begin{pmatrix} x_q \\ y_q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_a \\ y_a \end{pmatrix} \quad (2)$$

なお、 θ は次式により計算できる。

$$\theta = \tan^{-1} \frac{y_a - y_b}{x_a - x_b} \quad (3)$$

ここで重要なのは、 θ の符号であるが、計算により算出された値をそのまま代入すれば良い。この図においては θ は正の値となる。右手系の座標系では、物体の座標を回転させる場合、左回りが正方向となる。この図の場合、座標軸を右回りに回転させるので、点 Q は結果的に左回りとなる。混乱しないように注意されたい。