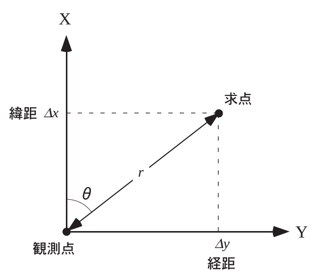
1　基準点測量

測量では，トランシットやトータルステーション等の測量機器を設置し，必要とされる地物を計測して行く．このとき，測量機器を設置した点の座標と方位角の基準となる方向が解っていなければならない．測量における**基準点**とは，この測量機器を設置する点のことをいう．この基準点を設置するためには，あらかじめ座標が与えられている点が必要であり，この点も基準点である．日本においては，**三角点**と呼ばれる国家基準点がいたる所に設置されている．ここで解説するトラバース測量，次に解説する三角測量は，基準点を設置するための測量，すなわち**基準点測量**である．

1.1　緯距・経距

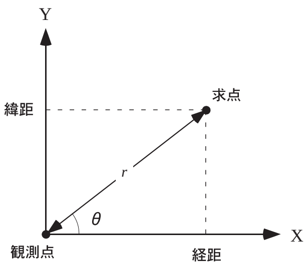
観測点において方位角と距離を計測すれば，求点の座標を求めることができる．このとき観測点を原点とし，北方向を x 軸，東方向を y 軸とするローカルな座標系で表現する．この座標系において x 座標を**緯距**，y 座標を**経距**と呼んでいる．



上図を見ても解るように，注意すべきは，x 座標が上方向で，y 座標が右方向となっており，数学で通常慣れ親しんだ座標系ではない．いわゆる左手系の座標系となっている．これは，後述する地図投影における座標系が横メルカトル図法を基準としているため，測量においてはこの座標系が採用されている．この座標系において，方位角 θ，距離 r のときの緯距と経距は，下の式で計算できる．

$$\begin{cases} \Delta x = r\cos\theta \\ \Delta y = r\sin\theta \end{cases} \tag{1}$$

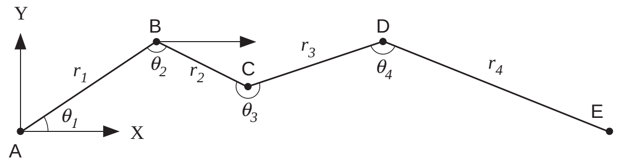
このように測量においては，x 座標を緯距，y 座標を経距と呼んでいるが，数学で取り扱う通常の右手系でないため混乱してしまう．そこで本講義においては，数学での例にならい，今後以下のように y 座標を緯距，x 座標を経距として取り扱う．したがって，方位角は x 軸からの角度 θ で表せば，同じ式によって緯距・経距を計算できる．



1.2 トラバース測量

1.2.1 開トラバース

トラバース測量は，多角測量とも呼ばれ，二点間の距離と角度を計測することで各点の座標を求めていくような測量のことである．下図のように座標が既知の点 A(x_a, y_a) を出発し，求点 B までの距離と東から北回りの方位角を計測する．次に点 B を観測点とし，次の求点 C までの距離と点 B から東回りの方位角を計測する．その後，順次求点までの距離と角度を計測することで各点の座標を求めることが出来る．



点 A において計測された距離と角度から，点 B と点 A の座標の差 $(\Delta x_1, \Delta y_1)$ と点 B の座標 (x_b, y_b) は，以下のように計算できる．

$$\begin{cases}\Delta x_1 = r_1 \cos\theta_1 \\ \Delta y_1 = r_1 \sin\theta_1\end{cases} \quad \begin{cases}x_b = x_a + \Delta x_1 \\ y_b = y_b + \Delta y_1\end{cases} \tag{2}$$

さらに，点 B において計測された距離と角度から，点 B と点 C の座標の差 $(\Delta x_2, \Delta y_2)$ と点 C の座標 (x_c, y_c) を求めるときは，点 C の東からの方位角から計算すれば良い．その方位角は，$\theta_1 + \theta_2 - \pi$ で求められるので，次式により計算できる．

$$\begin{cases}\Delta x_2 = r_2 \cos(\theta_1 + \theta_2 - \pi) \\ \Delta y_2 = r_2 \sin(\theta_1 + \theta_2 - \pi)\end{cases} \quad \begin{cases}x_c = x_b + \Delta x_2 \\ y_c = y_b + \Delta y_2\end{cases} \tag{3}$$

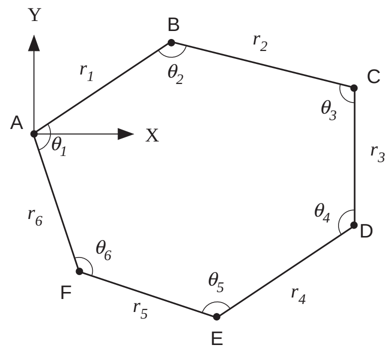
なお角度 θ_2 は，上図においては下側の角度が示されているが，上側の角度が計測されることもある．この場合は，点 C の東からの方位角が異なるので注意しなければならない，

このトラバース測量においては，誤差の確認とその調整が極めて重要である．つまり，点 B において点 C を計測するが，点 B の座標には点 A で計測した誤差が含まれており，その座標を用いて点 C の座標を求めているからである．したがって，点数が増えれば増えるほど誤差が重なって行く．この誤差量は誤差伝搬の法則によって推定できるが，実際の誤差と比較できなければ計測結果が妥当な値

を示しているか否かを判断できない上，誤差の調整も出来ない．よって，幾つかの既知点を通るような多角形を組むか，次に述べる閉合トラバースを組んで，誤差調整が出来る状態でのトラバース測量が望ましい．

1.2.2 閉合トラバース

閉合トラバースは，下図のように多角形の最後が出発点に戻ってくるような，閉じた多角形のトラバースをいう．出発点に戻ってくるため，誤差の調整が可能である．



1.3 閉合差・閉合比

1.3.1 角の閉合差

先の閉合トラバースにおいては，すべて多角形の内角を計測している．n 角形の内角の和は，$(n-2)\pi$ となるので，計測された内角の和と比較し，その差 δ は以下の式で表すことが出来る．

$$\delta = (n-2)\pi - \sum_{i=1}^{n} \theta_i \tag{4}$$

この δ を角の**閉合差**と呼んでいる．閉合差は，計測結果の信頼性を測る上で重要な値である．誤差伝搬の法則により，受け入れられる結果であるか判断しなければならない．

信頼される結果の場合，閉合差を用いて計測値を調整しなければならない．各点における角度の補正値 v_i は，単純に閉合差を当分に配分することで調整できる．

$$v_i = \frac{1}{n}\delta \tag{5}$$

1.3.2　座標の閉合差

閉合トラバースにおいて，原点を出発し，原点に戻ってくる場合には，次の式が成り立つ必要がある．

$$\sum_{i=1}^{n} \Delta x_i = 0 \tag{6}$$

$$\sum_{i=1}^{n} \Delta y_i = 0 \tag{7}$$

しかし，各計測においては誤差が含まれているので，0 とはならず，その値自体が誤差となる．x 軸方向の誤差を ϵ_x，y 軸方向の誤差を ϵ_y とすると，以下の式で表される．

$$\epsilon_x = \sum_{i=1}^{n} \Delta x_i \tag{8}$$

$$\epsilon_y = \sum_{i=1}^{n} \Delta y_i \tag{9}$$

そして，閉合差 ϵ は，以下の式で計算できる．

$$\epsilon = \sqrt{\epsilon_x^2 + \epsilon_y^2} \tag{10}$$

この閉合差は，測点間の距離と測点数が多くなると大きくなる傾向にあるため，総延長距離による比で表すことがある．これを**閉合比** ϵ_r といい，次式で計算できる．

$$\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\sum r_i} \tag{11}$$

コンパス法による誤差の調整：誤差量の x 成分と y 成分ごとに補正量 v_{xi}, v_{yi} を計算し，計測結果を調整しなければならない．このとき，各測線の長さに誤差量が比例すると仮定すれば，トラバースの総延長距離の比で補正量を求めることが出来る．以下の式は，x 成分の補正量計算式の例である．

$$v_{xi} = \frac{r_i}{\sum r_i} \epsilon_x \tag{12}$$

この手法は，コンパス法と呼ばれている．

トランシット法による誤差の調整：コンパス法は，各測線の長さによって誤差を配分したが，トランシット法では，測線の長さを x 成分と y 成分に分けて考える．長さで考えるため，各成分の絶対値を利用し，補正量計算式は，以下のようになる．

$$v_{xi} = \frac{|\Delta x_i|}{|\sum \Delta x_i|} \epsilon_x \tag{13}$$