

# 測量学 1 (2011 年度)

## 1 講義内容

1. 6/10 測ることと測量計算
2. 6/14 計測データの統計量 (平均・分散・標準偏差)
3. 6/17 誤差伝搬の法則 (偏微分)
4. 6/21 三角水準測量 (三角形の合同・相似)
5. 6/24 休講 (研究会参加のため)
6. 6/28 三角関数 (ピタゴラスの定理, 三角比, 加法定理)
7. 7/01 三辺測量 (余弦定理)
8. 7/05 前方交会による測量 (正弦定理)
9. 7/08 後方交会による測量 (三角形の外心)
10. 7/12 ベクトルと行列計算 (逆行列の利用)
11. 7/15 媒介変数を用いて表す直線
12. 7/19 最短距離計算 (微分)
13. 7/22 三角形分割とポリゴン
14. 7/26 内積による角度計算
15. 7/29 外積による面積計算
16. 8/02 試験
17. 8/05 予備

## 2 授業の進め方

- 毎回講義の最後に、課題を課す
- 関数電卓、定規、コンパスを用意すること
- 解答の出来た者から提出

## 3 教科書・参考書について

教科書： 測量学 (中村秀夫・清水英範) 技報堂出版  
少々高価で、難しいところもあるが、本講義に続く学部3年の測量学2、測量実習と学部4年のリモセンとGISまで使える。なお、講義資料も配布するので参考にすること。部分的に参考となる図書を以下に挙げる。

- 東海大学出版会「オイラーの贈り物」吉田武著
- 確率統計や線形代数に関する専門書

- その他，測量に関する書籍

課題では，実際に歩測やボールを利用して測ったり，計算演習問題を解いてもらう．測るという行為を通じて平面幾何学と誤差について理解を深めてもらいたい．また，今までに学んだ数学が活かされることに感動を覚えてほしい．

## 4 課題の配点

- 設定期限内に提出し，正解した者は課題点 3 点
- 設定期限を過ぎて提出し，正解した者は課題点 2 点
- 講義を受けたにもかかわらずギブアップした場合，課題点 1 点
- 遅刻者は最高 1 点
- 試験では課題をアレンジして出題する

## 5 単位の認定

- 課題点： 最高 40 点（1 回 3 点）
- 試験点： 最高 60 点
- AA: 90 点以上
- A: 80 以上 90 点未満
- B: 70 以上 80 点未満
- C: 60 以上 70 点未満
- F: 60 点未満

## 6 ギリシャ文字

表 1 ギリシャ文字とその読み方

A	$\alpha$	アルファ	B	$\beta$	ベータ	$\Gamma$	$\gamma$	ガンマ
$\Delta$	$\delta$	デルタ	E	$\epsilon$	インプシロン	Z	$\zeta$	ゼータ
H	$\eta$	イータ	$\Theta$	$\theta$	シータ	I	$\iota$	イオタ
K	$\kappa$	カッパ	$\Lambda$	$\lambda$	ラムダ	M	$\mu$	ミュー
N	$\nu$	ニュー	$\Xi$	$\xi$	グザイ	O	$o$	オミクロン
$\Pi$	$\pi$	パイ	P	$\rho$	ロー	$\Sigma$	$\sigma$	シグマ
T	$\tau$	タウ	$\Upsilon$	$\upsilon$	ユプシロン	$\Phi$	$\phi$	ファイ
X	$\chi$	カイ	$\Psi$	$\psi$	プサイ	$\Omega$	$\omega$	オメガ

## 7 課題等における答案の書き方

答案には、必ず計算過程を記述すること。その計算過程は、誰が見ても解るように、整理しながら分かりやすく記述する癖を身につけること。きっちり記述することで、計算間違いを少なくすると同時に、間違えたときでも、どこからやり直すべきか判断しやすくなる。

### 7.1 式の記述

まず変数についての説明をした上で、必ず式から書き始める。続いて計算過程を記述する。場合によっては、図を使って変数を説明することも考える。式中に数値を代入するときは、単位が揃っているか確認する。単位には細心の注意を払うべきなので、式中でも単位を記述するよう心がける。

### 7.2 計測値を用いた計算

計測値を用いた計算においては、誤差だけでなく**有効数字**を考慮しながら計算を進めなければならない。特に桁落ちには気をつけなければ、計算途中で精度が極端に悪くなることもある。特に電卓を用いた計算においては、8桁か10桁程度の有効数字しか扱えない点には注意が必要である。

計測値には、必ず誤差が含まれていることは何度も述べた。アナログの機器の場合、目盛りを読み取るが、読み取る際には最小目盛りよりも一桁小さい数値を目分量で読み取る。最小目盛りが1mmの物差しで長さを測る場合、0.1mmの桁まで読み取るが、その桁には誤差が含まれている。デジタル機器の場合でも、示された数値の最小桁においては誤差が含まれている。有効数字は、誤差の含まれている最小桁の数値も含めて、何桁分の数値が計算に考慮すべきかを桁数で表す。幾つかの例を下表に示す。

表2 有効数字

計測値	有効数字	備考
1.234	4桁	
123.45	5桁	
0.00123	3桁	小数において1以上の数字の現れた桁から数える
100	1桁	小数点がない場合は、精度が不明となる
$1.00 \times 10^2$	3桁	有効数字が分かりやすい一般的な表記法

桁落ちは、例えば、有効数字5桁の2つの計測値に対して  $1.2345 - 1.2344$  のような計算をした場合、答えは、0.0001となり有効数字が1桁となってしまう。この現象を桁落ちと呼んでいる。このように桁落ちした値をさらに用いて計算する場合は、精度が極端に悪くなるので注意が必要である。計測が問題なく行われ、系統的な誤差もなかったにもかかわらず、解析結果が誤差伝搬の法則によって推測される精度を満足しなかった場合、桁落ちによる精度低下がないかどうかチェックすべ

きである。なお桁落ちは、計算過程においても起こりうるので、10桁の計算能力しかない電卓を用いた計算では、特に注意が必要である。

電卓を用いた計算では、計算過程を保存する機能に乏しいので、数値をノートに書き留めて、再度その数値を手入力することが強いられる。再度数値を入力する時は、有効数字の桁数+1桁以上の数値を入力しなければ、計算精度が悪くなってしまうので注意が必要である。例えば有効数字3桁同士のかけ算において、 $2.55 \times 1.47 = 3.7485$  という結果を得た場合、計算結果は有効数字を揃えると4桁目を四捨五入し、3.75となる、しかし、その値にさらに5.66をかけるような場合、入力する数値の桁数が変わると計算結果に影響が及ぶ。下は、その状況を示したものである。

$$\begin{array}{ll} 1.66 \times 3.75 = 6.225 & \text{3桁のみ使う場合} \\ 1.66 \times 3.749 = 6.22334 & \text{4桁使う場合} \\ 1.66 \times 3.77485 = 6.22251 & \text{全桁使う場合} \end{array} \quad (1)$$

3桁のみであれば、最終的な計算結果は、6.23となる。ところが、4桁以上で計算すると、6.22となり答えが異なる。精度的には当然4桁以上で計算した方が良い。したがって、有効数字の桁数+1桁以上の数値を入力して計算して行き、最終的な答えとしては、有効数字の桁数で揃えて結果を表記することが好ましい。なお、円周率 $\pi$ や重力加速度、万有引力定数等の定数を入力する場合、その定数の有効数字も考慮しなければならない。この場合も有効数字の桁数+1以上の数値を入力しなければならない。

コンピュータを用いる場合には、表計算ソフトを使う場合でもプログラミング言語を使う場合でも計算過程の数値は、ソフト内部の変数の記憶桁数に依存する。したがって、電卓の場合のような配慮は少なくなる。ただ、計算し得る最大の桁数は把握していなければ、正しい計算結果が得られているかどうか解らなくなるので、注意が必要である。例えばプログラミング言語のC言語においては、実数の変数として、float型とdouble型が用意されている。処理プロセッサによって異なるが、float型で計算可能か、double型で計算可能かを判断しなければならない。

## 7.3 答案作成例

ここでは、一步幅が 58.4cm で歩測により長方形の底辺  $B$  と高さ  $H$  を測り、長方形の面積を計算する例を示す。

### 7.3.1 計算過程

- 底辺  $B$  の歩測による歩数：20.6 歩，高さ  $H$  の歩測による歩数：11.2 歩
- $B$  の長さ計算：  $B = 20.6 \times 58.4[\text{cm}] = 1203.04[\text{cm}] = 12.0304[\text{m}]$  (数値を丸めない)
- $H$  の長さ計算：  $H = 11.2 \times 58.4[\text{cm}] = 654.08[\text{cm}] = 6.5408[\text{m}]$  (数値を丸めない)
- 面積  $A$  の計算：  $A = B \times H = 12.0304[\text{m}] \times 6.5408[\text{m}] = 78.688 \dots [\text{m}^2]$  (丸める前の数値を使って計算し，計算結果はここでも丸めない)

### 7.3.2 答え

- $B$  の長さ：12.03[m] (1cm の精度で求めると，小数第 2 位までの答えとなる)
- $H$  の長さ：6.54[m]
- 面積：78.7[m<sup>2</sup>] (面積計算となると，有効数字 3 桁の答えで十分なので，この段階で初めて 3 桁に丸める。これについては，後述する誤差伝搬の法則により考えれば確実である。)

## 8 歩測

自分の一步幅を知っておくと，歩数をカウントすることにより，およその距離を測ることが出来る。これを歩測という。測量によって得られた値に測量ミスや計算ミスがないか，チェックするのに役立つ。

歩く歩幅は，精神的な要因や物理的な要因によって変化するので注意が必要である。特に気分の良い時は，歩幅が広くなりがちであり，歩くスピードによっても歩幅は変化する。上り坂か下り坂かによっても異なるであろう。したがって，自分の歩幅を測る時は，平坦な地面で，安定した精神状態を保ち，同じスピードで歩くよう心がけなければならない。

例えば，50m の区間を何歩で歩いたかを何度もカウントし，記録する。歩数にばらつきが大きい場合は，歩き方に問題があるのかもしれないので，自分自身でチェックしながら，ばらつきが少ない歩き方を修得する必要がある。