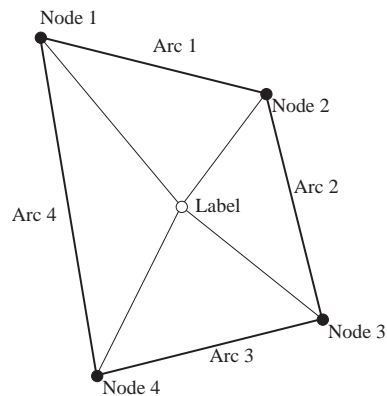


地理情報システムにおける面の表現

1 ポリゴンと三角形分割

測量において複雑な曲線を表現する場合、細かく座標点を測量し、それらを直線で繋ぐことによって近似している。複雑な面を表現する場合も同様で、細かく座標点を測量し、多角形で近似している。なお、多角形は**ポリゴン**と呼ばれている。ポリゴンのデータを得た場合、その後ポリゴンの面積を求めたり、ある座標点がポリゴンに含まれるか否かを判定したりする。これらの要求に応えるためにはポリゴンを三角形の要素に分割すれば、様々な計算処理が簡単になる。下図は、4つのノードからなるポリゴンを表したものである。

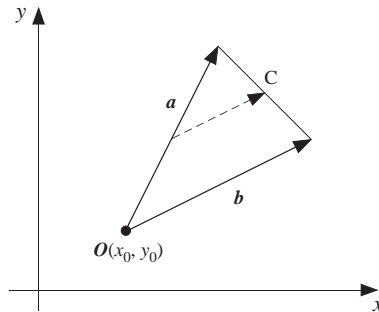


ノードを繋げるだけで、見かけ上ポリゴンを表現できるが、十分ではない。つまりポリゴンの内部は、内側なのか外側なのかを区別しなければならない。その区別を単純に行うのに、**ラベル点**を用いる。ラベル点をポリゴンの内部に設けることによって、ポリゴンの内側と外側が区別できる。

ポリゴンを表現するためには、ノードとアークの他にラベル点の情報が必要となる。したがってポリゴンは、ラベル点から各ノードとを結ぶ線によって三角形に分割された形で表現される。

2 ベクトルを用いたポリゴンの表現

ポリゴンにおける三角形の要素は、2つのベクトルで表現できる。下図は、その状況を表したもので、ラベル点を出発するベクトル \mathbf{a}, \mathbf{b} によって、一つの三角形を表している。ラベル点 O の座標は、 (x_0, y_0) であり、これを \mathbf{O} で表す。



これら2つのベクトルを用いて、平面上のあらゆる点 $P(x_p, y_p)$ の座標 \mathbf{P} を次式を用いて指し示すことが出来る。

$$\mathbf{P} = s\mathbf{a} + t\mathbf{b} + \mathbf{O} \quad (1)$$

ここで、 s, t は係数であり、 $s = 0.5, t = 0.5$ の時は、点 C を指すことになる。それぞれのベクトルの成分が $\mathbf{a} = (x_a, y_a), \mathbf{b} = (x_b, y_b)$ とすると、先の座標は次式で計算できる。

$$\begin{cases} x_p = x_a s + x_b t + x_0 \\ y_p = y_a s + y_b t + y_0 \end{cases} \quad (2)$$

したがって、ある点 P の座標 (x_p, y_p) が与えられたとき、係数 s, t は上式の連立方程式を解くことで求めることが出来る。そして、その点が三角形の内部である条件は、以下のとおりである。

$$(s \geq 0) \cap (t \geq 0) \cap (s + t \leq 1) \quad (3)$$

また、 \mathbf{a}, \mathbf{b} が作る平行四辺形の内部である条件は、以下のとおりである。

$$(s \geq 0) \cap (t \geq 0) \cap (s \leq 1) \cap (t \leq 1) \quad (4)$$