

第二章 地球における位置の表現と計測

1. 球面座標系で地球上の位置を表現
2. 球面座標系で天体の位置を表現
3. 緯度の計測法
4. 経度の計測法
5. 位置計測と暦
6. 直交座標系で宇宙空間における位置を表現
- 座標変換

問題

1. 赤緯が 30° の天体の南中高度を測ると、 48° であった。観測地の緯度を求めなさい。
2. 外洋を航海していたとする。6月21日に太陽の南中高度を測ると 91.4° で、その時刻は12:52であった。その時どこに位置していたか緯度経度で表しなさい。なお、時計は日本標準時に合わせており、地軸の傾きは 23.4° とする。
3. 地球を球体と仮定し、その半径 R とするとき、先の回転行列を用いて、緯度、経度を直交座標系に変換する公式を導いて見よう。
4. 地球を球体と仮定し、その半径が6371012mとするとき、地球33番地（東経 $133^\circ 33'33''$ 、北緯 $33.^\circ 33'33''$ ）を直交座標系に変換しよう。

球面座標系で地球上の位置を表す

1. 緯度・経度

- 地球上での位置は、緯度・経度で表すのが普通である。緯度の基準である赤道、経度の基準であるグリニッジ子午線からの角度で表される。

+ 緯度 ()

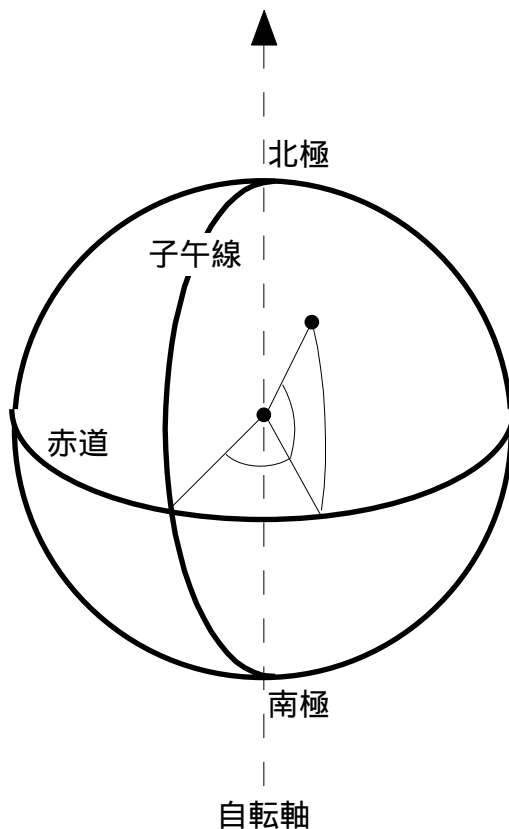
- ある点と地球の中心との線分が、赤道面となす角
- 北向きに北緯、南向きに南緯を用いる (0~90°)

+ 経度 ()

- ある点の子午面とグリニッジ子午面とのなす角度
- 東向きに東経、西向きに西経を用いる (0~180°)

2. 地球上での位置を表すための用語

- 極 : 自転軸が地球と交わる点
- 赤道 : 地球の中心を通り自転軸と直角に交わる大円
- 子午線 : 極を通り赤道と直角に交わってできる大円



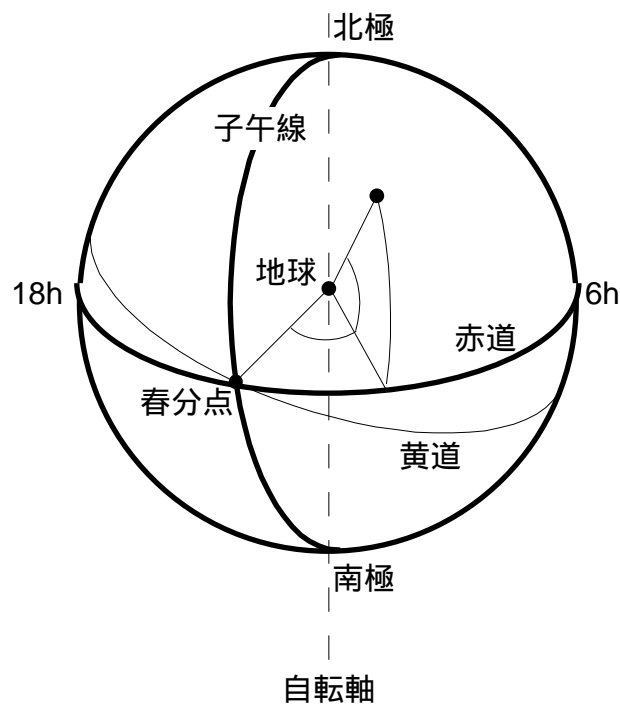
球面座標系で天体の位置を表す

1. なぜ天体の位置を知る必要があるか？

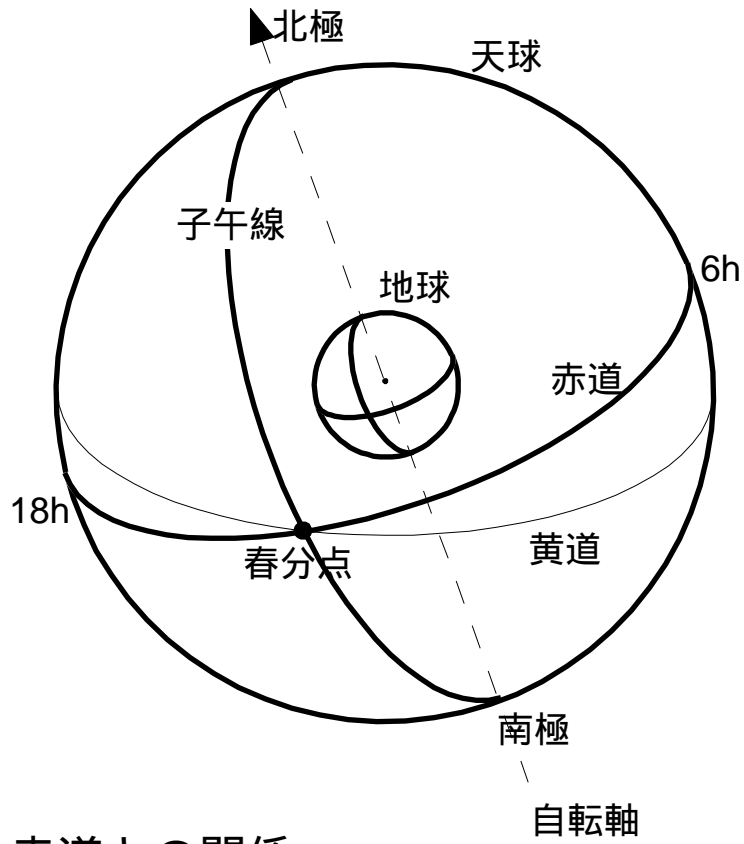
- 恒星までの距離は、太陽系の大きさに比べて極めて大きい。したがって、恒星は動かないものとして考えることができる。恒星の見かけの位置は、地球の自転・公転によって刻々と変わっていく。恒星の位置が解れば、地球上での位置を計測することができるのである。
- 通常、地球から各恒星までの位置は、近いものから遠いものまで様々であるが、地球から極めて遠いことを考えれば、天球という概念を取り入れて恒星の位置を表すことができる。

2. 天球上で位置を表すための用語

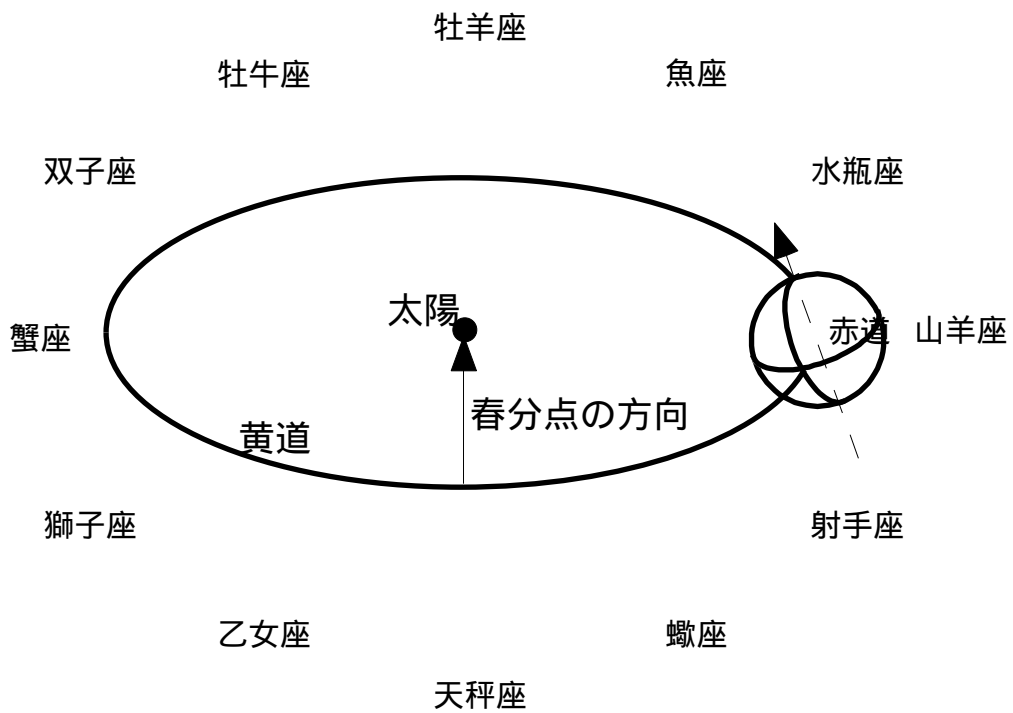
- 春分点：太陽が黄道と交差する点の一つで、太陽が赤道の南から北へ昇っていく点。春分の日には太陽はこの点を通過する。
- 黄道：太陽が星座間を通っていく軌道を天球に投影したもの
- + 赤緯 () : ある点と天球の中心との線分が赤道面となす角度
 - 北向きに+, 南向きに-を用いる (0~90°)
- + 赤経 () : ある点の子午面と春分点を通る子午面のなす角度
 - 東向きが+であるが、通常時刻で表す (0~24h)



天球と地球との関係



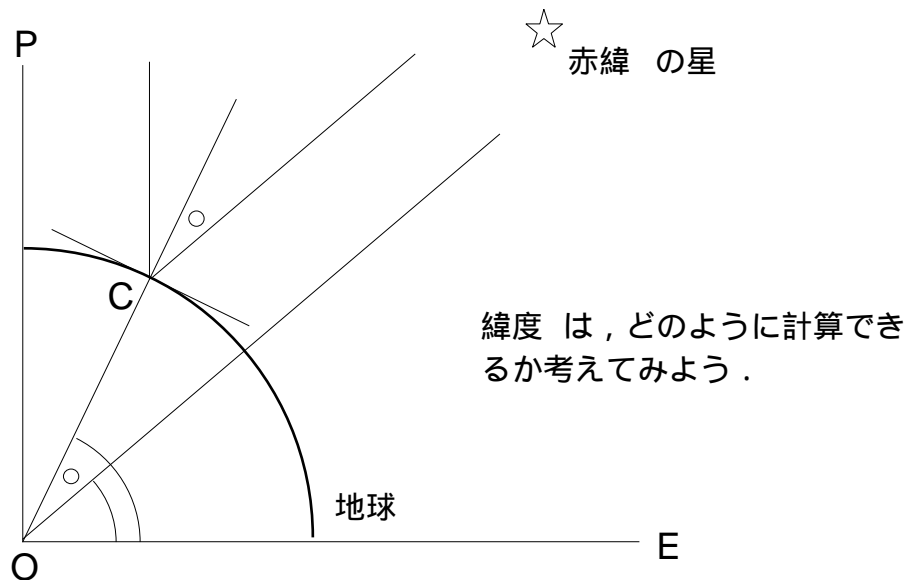
黄道と赤道との関係



緯度の計測法

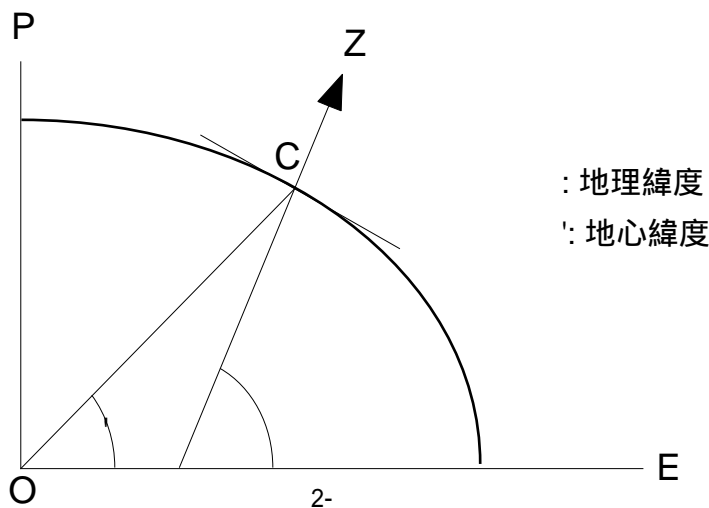
1. 天体の南中高度を測る

- 緯度の概略値を知るには北極星の高度を計測するのも良いが誤差が含まれている。つまり、北極星は真の北極に位置していないのである。したがって、位置（特に赤緯）の解っている天体の南中高度（子午線通過時の高度）を測れば、緯度を導くことができる。もちろん、北極星の赤緯も既知なので、その南中高度を測っても結果は得られる。



2. 精密に天体の南中高度測ったとしても実は誤差がある

- それは、地球は真の球でなく回転楕円体だからである。
- なお、地図などの測地経緯度は地理緯度を基本としている。



経度の計測法

1. 太陽の南中（子午線通過）時刻を測る

- + 時刻の基準は太陽時
 - 見かけ上，太陽は1時間あたり 15° 動く．
- + 地方太陽時
 - 地球上の何処においても太陽が南中する時刻が12hである
- + 世界時（UT）
 - グリニッジにおける太陽時
- + 日本標準時（JST）
 - 東経 135° における太陽時
 - 東京では何時頃太陽が南中するのか考えてみよう
 - 日本標準時と世界時との差は？
- 以上のことから，太陽の南中時刻を測れば経度が計測できることが理解できるであろう．

2. 赤経が既知の恒星の南中時刻を測る

- + 恒星時（ ）
 - 子午線における赤経の値（赤経の単位は時刻）
 - 1恒星日 = 23時間56分04.09秒
- $$UT = G - +12h$$
- G: グリニッジ恒星時, : 太陽の赤経（赤経の単位は時刻）

3. 暦表時（ET）について

- 地球の自転速度が不安定なことを考慮に入れた時刻
- 数百年を周期とする大きい変化と，短期間の小さい変化が含まれている．

$$ET = UT + T$$

位置計測と暦

1. 太陽時

- 太陽の日周運動を基準に 1 日を定義
- 太陽が南中してから次の南中までの時間は24時間
- 太陽が南中する時刻を12hとする

2. 恒星時

- 地球の自転を基準に 1 日を定義
- 地球は自転と共に公転しているため太陽時の24時間と地球の自転一回分の時間には差がある .
- 通常 , 子午線における赤経の値を用いて表現する .

3. 一年とは ?

- 地球の公転一回分の時間をさす .
- 見かけ上 , 太陽が春分点を通過し , 再び通過するまでの時間となる .

+ 一年 = 365.2425日

- 端数が生じているために閏年が必要

4. 1 秒とは ?

+ 1 秒は , あくまでも $1/(24 \times 60 \times 60)$ 日である .

- この定義に一致する時計が必要

+ 原子時計は極めて正確に時を刻む

- 1秒は , ^{133}Cs 原子の基底状態の2つの超微細準位の間の変移に対応する放射の9,192,631,770周期の継続時間

+ 閏秒の意味

- 原子時計は , 正確に時を刻むが , 1 日の定義とは必ずしも一致しない . したがって閏秒を導入し , 調整する必要がある .

5. 天文台の役割

- 古来より , 各地に天文台が建設されてきた . これは , 暦を作り , 天文台自身の地球上の位置を計測する役割があったのである .

直交座標系で宇宙空間における位置を表現

1. 直交座標系の利点

- 経緯度座標系は、地球上の位置を表現するのには向いているが、人工衛星などの宇宙空間での位置を表すのには向いていない。宇宙空間における見かけの位置は赤道座標系（赤緯赤経）で表すこともできるが、あくまでもそれは見かけ上の位置である。特に動く天体の位置を推算する時は、XYZの直交座標系で表した方が便利である。

2. 地球を中心とする直交座標系（地心直交座標系）

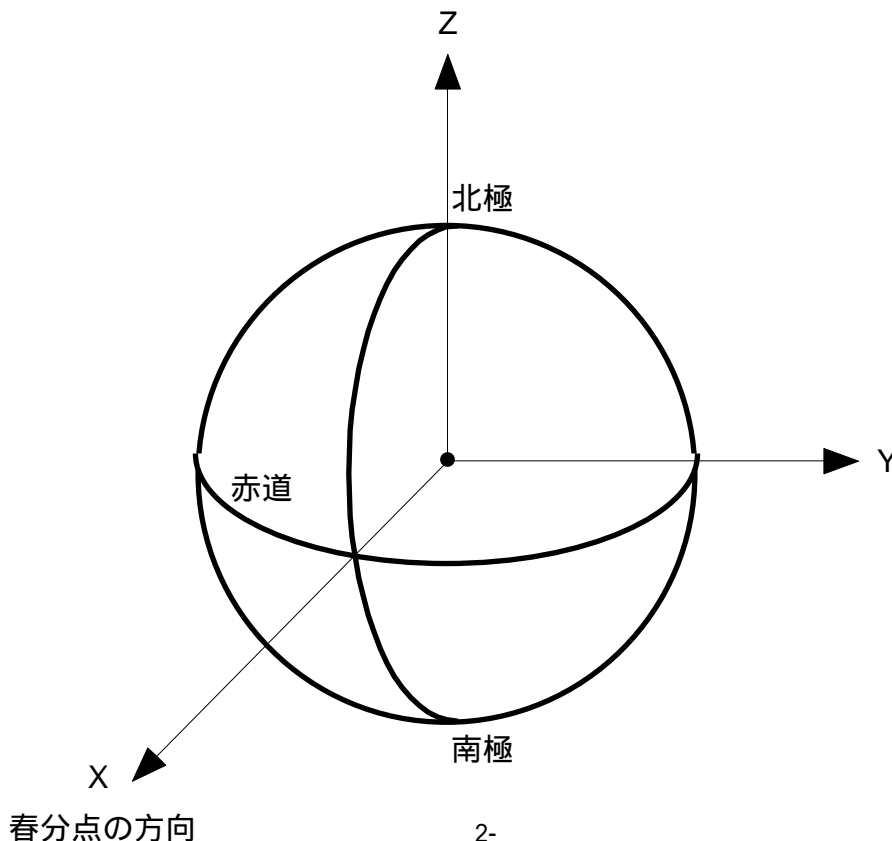
- 人工衛星などの地球を中心にもわる天体を表すのに用いる。惑星など、太陽系天体の位置を表すには、太陽と中心とする直交座標系（日心直交座標系）を用いる。

X軸：東経0°の方向

Y軸：東経90°の方向

Z軸：北極の方向

- 単位はm等の長さの単位を用いる

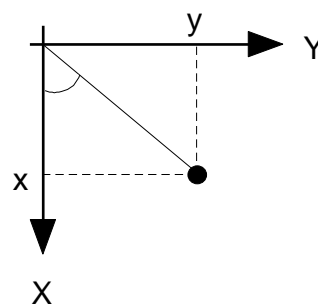


直交座標系から経緯度座標系への変換

1. 経度の計算

- XY平面を考える

$$= \tan^{-1}(y/x)$$

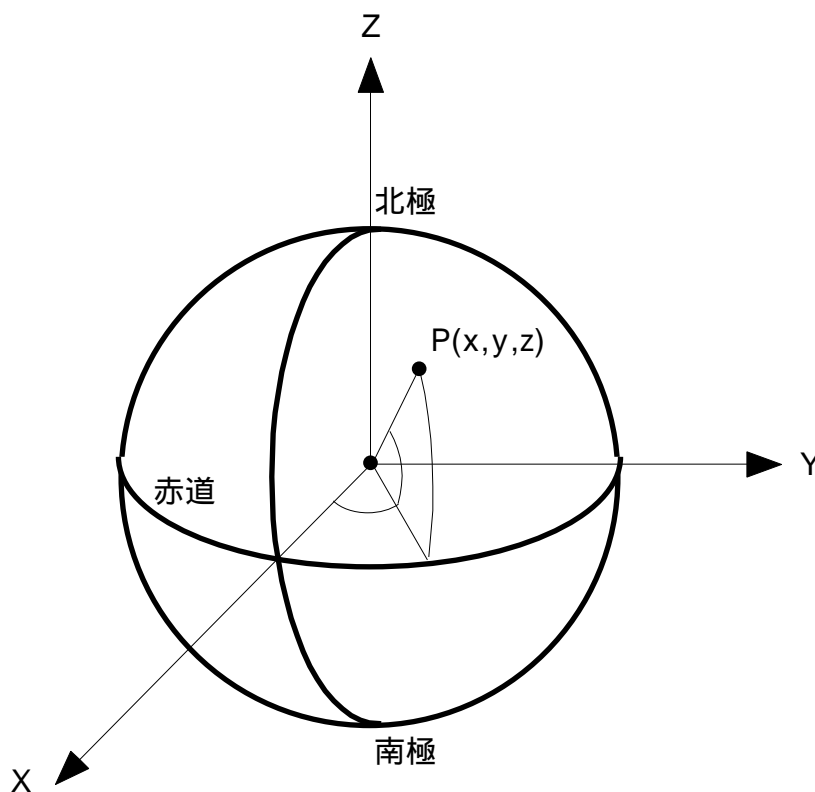
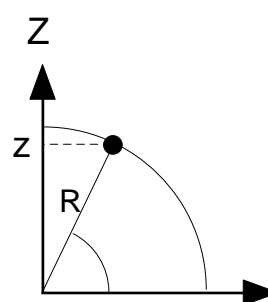


2. 緯度の計算

- 点Pを通る子午面を考える

$$= \sin^{-1}(z/R)$$

ここで $R^2 = x^2 + y^2 + z^2$



経緯度座標から直交座標への変換

右手系の座標系
軸向かって時計回りを正とする

1. X軸まわりの回転

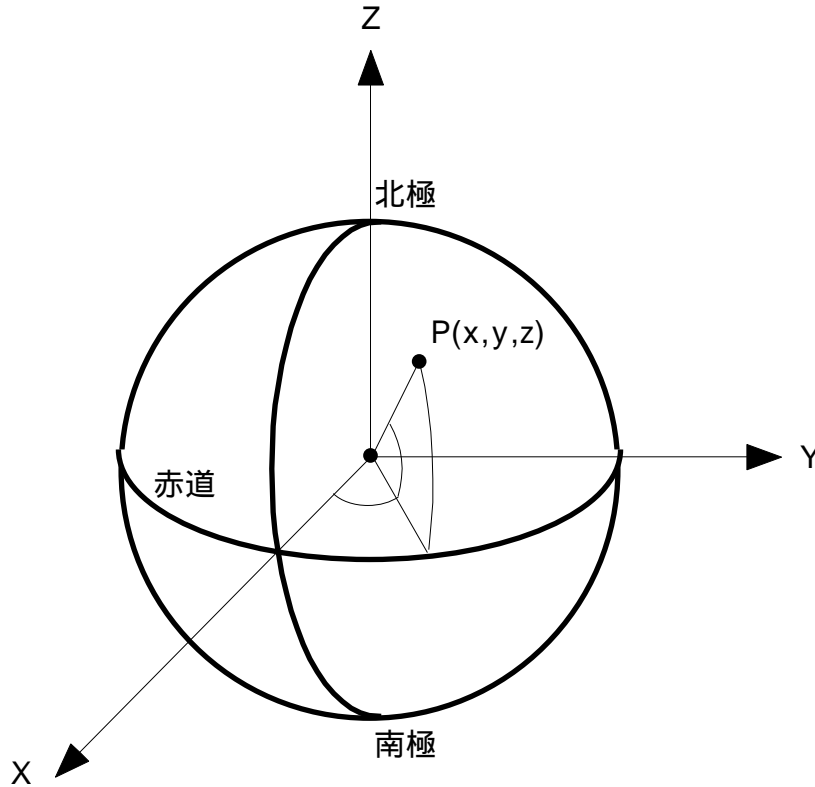
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos & -\sin \\ 0 & \sin & \cos \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}$$

2. Y軸まわりの回転

$$\begin{pmatrix} \cos & 0 & \sin \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin & 0 & \cos \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}$$

3. Z軸まわりの回転

$$\begin{pmatrix} \cos & -\sin & 0 \\ \sin & \cos & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}$$



回転行列の意味と利用法

2次元平面上での回転

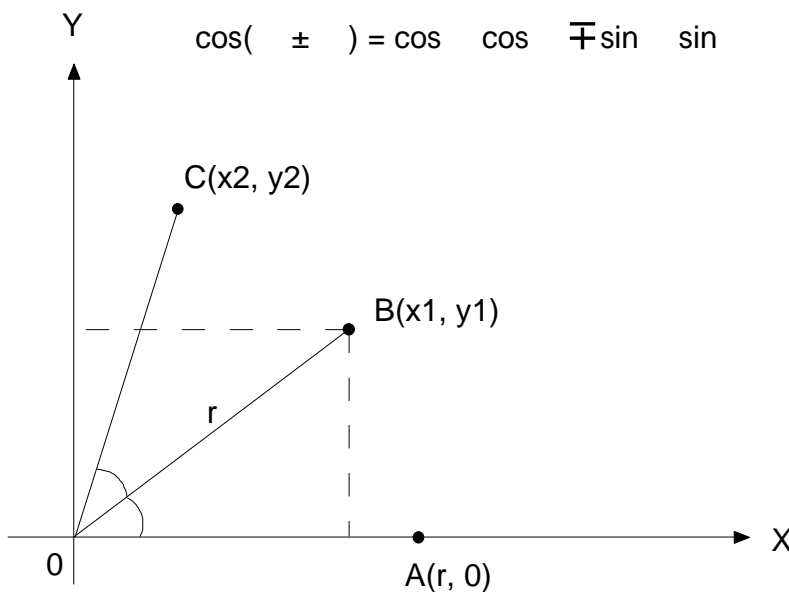
- ◆ $A(r, 0)$ が， だけ回転した時の座標 $B(x_1, y_1)$ は？
- ◆ $B(x_1, y_1)$ が， だけ回転した時の座標 $C(x_2, y_2)$ は？

A が， $+$ だけ回転したものと同一座標となる．

三角関数の加法定理を利用する

$$\sin(\pm) = \sin \cos \pm \cos \sin$$

$$\cos(\pm) = \cos \cos \mp \sin \sin$$



緯度 ， 経度 で表される点を直交座標(X, Y, Z)で表すには？

- ◆ まず，基準となる点を決める．
 - 基準となる点は，グリニッジ子午線と赤道とが交差する点
 - この基準点は，地球の半径を r としXYZで表すと $(r, 0, 0)$ となる
- ◆ この基準となる点を回転させる．
 - + Y軸まわりに 回転
 - 北半球の場合には，負の値となるので注意．
 - Z軸まわりに 回転