

# 画像に対する空間フィルタ

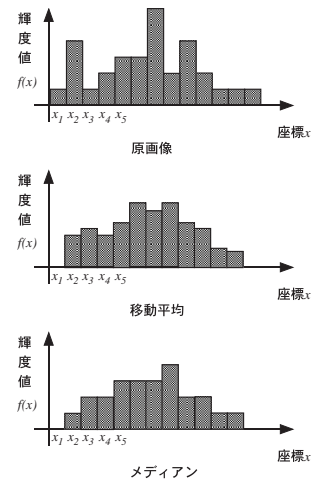
## 1 空間フィルタ

通常の装置における電気信号は、時間軸に対する電圧の高さで表現される。したがって一次元データとして処理される。特にフィルタ処理は、入力信号に対して、ノイズ除去や特徴抽出に利用される。画像における入力信号は、基本的には光、電磁波である。電磁波は波の性質を持つため、この入力信号に対して、フィルタを通して量子化することも可能である。ある一定の波長帯の電磁波しか量子化しないような、バンドパスフィルタ等もある。

画像は、輝度情報の2次元配列と考えて良い。したがって、輝度情報は、x方向、y方向の輝度情報の集まりと考えることもできる。二次元、つまり空間での信号処理を適用する必要がある、それを空間フィルタリングと呼んでいる。空間フィルタは、信号処理と同様、画像のノイズを軽減したり、エッジを強調したりすることができ、非常に重要な手法である。

## 2 移動平均とメディアン

画像における空間フィルタは、基本的に画素の隣同士の値を計算することによって実現している。例えば、対象の画素において、右隣と左隣の画素の平均値とする計算をさせると、横方向の輝度の平均画像が出来る。しかし、隣同士の値を計算した時、その求めた値は、2つの画素の間の位置になってしまうので、0.5画素分ずれた位置の平均画像が出来る。それでは問題なので、通常3画素分をまとめてフィルタリングの対象とすることが多い。例えば右図のように原画像において、横に並んだ3画素の値が左から順に $(x_1, x_2, x_3)$ というデータがあったとき、この3画素の中心 $x_2$ における輝度の平均値は、 $(x_1 + x_2 + x_3)/3$ で計算できる。次に、 $x_3$ における輝度の平均値は、 $(x_2 + x_3 + x_4)/3$ で計算できる。このように、順に1画素ずつ横に移動させながら平均計算を行うことを移動平均と呼んでいる。移動平均を計算することで、ノイズがある程度軽減される。



先の計算を別の式で表すと、 $(x_1, x_2, x_3)$  に対して  $(1/3, 1/3, 1/3)$  をかけてたし合わせても良い。つまり、それぞれの要素をベクトルで考えると、内積を計算したといえる。フィルタ処理において、この計算手法はたたみ込み計算呼ばれ、 $(1/3, 1/3, 1/3)$  はたたみ込み計算のオペレータと呼ばれている。このようにフィルタリングは、様々なオペレータで表すことができる。例えば、横方向隣同士の輝度の差を計算するときは、オペレータとして、 $(-1, 0, 1)$  を用いてたたみ込み計算できる。

ノイズを軽減させる別の方法として、メディアンフィルタがある。メディアンフィルタは、たたみ込み計算で表現できないが、横方向3画素の輝度値のうち、中央の値で置き換える処理である。例えば、 $(x_1, x_2, x_3)$  に対応する輝度値が  $(f(x_1), f(x_2), f(x_3))$  で、その大小関係が  $f(x_2) > f(x_1) > f(x_3)$

のとき、 $x_2$  における輝度は  $f(x_1)$  で置き換わる。この処理だと、ノイズが完全に除去され、ノイズの隣の画素にノイズの影響が及ぼされないという特徴を持つ。

なお、先の例では横方向の隣同士を計算させたが、画像は二次元なので横方向 3 画素、縦方向 3 画素の  $3 \times 3$  画素を対象にフィルタリングすることが多い。その他に  $5 \times 5$  ウィンドウが利用される場合もある。現在では、様々なパターンのオペレータが用意されており、ノイズ軽減やエッジ抽出、画像のシャープ化等をさせることが出来る。

### 3 Laplacian フィルタとシャープ化フィルタ

エッジを抽出する Laplacian フィルタについて、その仕組みを解説する。まず、理解を早めるため、X 軸方向のみを考える。右図のような輝度  $f(i)$  を持つ原画像が与えられたとき、1 次微分は、以下の式で表される。

$$f'(i) = f(i) - f(i-1) \quad (1)$$

対象画素の左側の輝度値との差が表されている。1 次微分によって、輝度値に変化のあった部分が画像として抽出される。つぎに、2 次微分を施すが、このときは以下の式を用いる。

$$f''(i) = f'(i+1) - f'(i) \quad (2)$$

1 次微分のときは、左側の画素に着目したので、今度は、右側の画素に着目して 1 次微分画像の輝度値の差を計算する。この式は、以下のように展開される。

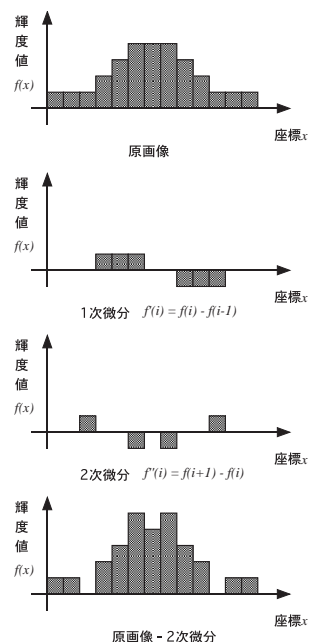
$$\begin{aligned} f''(i) &= (f'(i+1) - f'(i)) - (f'(i) - f'(i-1)) \\ &= f(i-1) - 2f(i) + f(i+1) \end{aligned} \quad (3)$$

したがって、たたみ込み計算のためのオペレータは、 $(1, -2, 1)$  となる。これが Laplacian フィルタと呼ばれている。この 2 次微分の画像を原画像から減算すると、エッジ部分が強調される。このとき、式は以下ようになる。

$$\begin{aligned} f(i) - (f(i-1) - 2f(i) + f(i+1)) \\ = -f(i-1) + 3f(i) - f(i+1) \end{aligned} \quad (4)$$

したがって、たたみ込み計算のためのオペレータは、 $(-1, 3, -1)$  となる。ここで、このフィルタリングを 2 次元に拡張する。まず、2 次微分のオペレータは、X 方向と同様に Y 方向も同じであるから、以下ようになる。

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$



これを Laplacian フィルタと呼んでいる．さらに，Laplacian フィルターは，原画像から減算することで，エッジ部分が強調され，画像をシャープにすることができる．オペレータは，以下のようになる．

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

下図は，空間フィルタを施した例で，左はオリジナル画像，中央は Laplacian フィルタを施したものの，右はシャープ化フィルタを施したものである．

